සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි /முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved

4087

දකුණු පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
தென் மாகாணக் கல்வித் திணைக்களம்
Department of Education, Southern Province

13 ශ්‍රේණිය අවසාන වාර පරීක්ෂණය 2025
தரம் 13 ஆண்டிறுதிப் பரீட்சை-2025 / Grade 13 Final Term Test - 2025

සංයුක්ත ගණිතය - I
Combined Mathematics - I

10 | S | I

කාලය / நேரம் / Time : පැය 03 / 03 Hours

නම / பெயர் / Name ....

විභාග අංකය / சுட்டெண் / Index No. ....

(අමතර කියවීම් කාලය මිනිත්තු 10)
Extra Reading Time - 10 Minutes

අයදුම්කරුවන් සඳහා උපදෙස් :-

- ★ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17)
- ★ A කොටස :
  සියලුම ප්‍රශ්න සඳහා පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිතා කළ හැකිය.
- ★ B කොටස :
  ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- ★ නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය, B කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාරදෙන්න.
- ★ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයේ B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු	
ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංකය		
උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ	1.	
	2.	
අධීක්ෂණය කළේ		

A කොටස

01. $S_r = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots\ldots\ldots + \frac{1}{r}$ යැයි ගනිමු. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන්, සියළු $n \in Z^+$ සඳහා $S_1 + S_2 + S_3 + \ldots\ldots + S_n = (n+1)S_n - n$ බව පෙන්වන්න.

02. එකම රූපසටහනක $y = |x - a|$ සහ $y = b|x - 1|$ හි ප්‍රස්ථාරවල දළ සටහන් අඳින්න. මෙහි $a > b > 0$ සහ $b \neq 1$ වේ. ඒනයින්, $b|x - 1| > |x - a|$ අසමානතාව සපුරාලන x හි තාත්වික අගය කුලකය $\{x : 3 < x < 7\}$ නම් a සහ b හි අගයන් සොයන්න.

03. ආගන්ඩ් සටහනක $|\bar{z}+2i| \leq 2$ සහ $0 \leq \text{Arg.}\,(z+2\sqrt{3}) \leq \frac{\pi}{6}$ යන අසමානතාවයන් සපුරාලන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යවලින් සමන්විත පෙදෙස අඳුරු කරන්න. මෙම අඳුරු කළ පෙදෙසෙහි ලක්ෂ්‍යය මගින් නිරූපණය කරනු ලබන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා සඳහා $|z|$ හි වැඩිතම අගය සොයන්න.

04. $\left(3\sqrt{2}\,x - \frac{a}{\sqrt{2}}\right)^{8}$ හි ප්‍රසාරණයේ සංගුණකවල ඓක්‍යය $\frac{1}{16}$ වේ නම් a ට ගත හැකි අගයයන් සොයන්න.

CS CamScanner

05. $\lim_{x \to 1} \frac{(\sqrt[4]{x} + 2\sqrt[3]{x} - 3)}{(x - 1)^2} \sin(x - 1)$ සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

06. $y = e^{2x}$, $y = e^{3-x}$, $x = 0$, $x = 3$ සහ $y = 0$ වක්‍ර මගින් ආවෘත වන පෙදෙස x - අක්ෂය වටා රේඩියන 2π වලින් භ්‍රමණය කරනු ලැබේ. මෙලෙස ජනනය වන ඝන වස්තුවේ පරිමාව $\frac{3\pi}{4}(e^4 - 1)$ බව පෙන්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

07. a සහ b යනු ධන නියත ද, t යනු $t \neq 0$ සහ $t \neq \pm 1$ වූ පරාමිතියක් ද විට, $x = \frac{a}{2}\left(t + \frac{1}{t}\right)$ සහ $y = \frac{b}{2}\left(t - \frac{1}{t}\right)$ මගින් වක්‍රයක් නිරූපණය කරයි. වක්‍රය මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක දී වක්‍රයට ඇඳිනු ලබන ස්පර්ශකයේ අනුක්‍රමණය $-\frac{b}{a}$ සහ $\frac{b}{a}$ අතර පැවතිය නොහැකි බව පෙන්වන්න.

08. $x \sec\theta + y \operatorname{cosec}\theta = a$ සහ $x\cos\theta - y\sin\theta = a\cos 2\theta$ සරල රේඛා සඳහා මූල ලක්ෂ්‍යයේ සිට ඇඳි ලම්බකවල දිග p සහ p' නම් $4p^2 + (p')^2 = a^2$ බව පෙන්වන්න.

09. x අක්ෂය ස්පර්ශ කරමින් $(3, 2)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යන, $y = 2x$ සරල රේඛාව මත කේන්ද්‍රය පිහිටන වෘත්ත දෙකෙහි සමීකරණය සොයන්න. (සමීකරණ සුළු කර දැක්වීම අවශ්‍ය නොවේ.)

10. $\dfrac{\sin 3A + \sin^3 A}{\cos^3 A - \cos 3A} = \cot A$ බව සාධනය කරන්න.

ඒ නයින්, $\dfrac{\sin 3x + \sin^3 x}{\cos^3 x - \cos 3x} = 1$ සමීකරණයේ විසඳුම් සොයන්න.

B කොටස

★ ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a) a සහ b තාත්වික නියත වන විට $f(x)=x^2+ax+b$ වේ. මෙහි $x \in \mathbb{R}$ යයි ගනිමු. α සහ β යනු $f(x)=0$ හි මූල නම් α^2-1 සහ β^2-1 මූල වශයෙන් ඇති වර්ගජ සමීකරණය ලබාගන්න.

ඒ නයින්, $\alpha^2(\beta^2-1)$ සහ $\beta^2(\alpha^2-1)$ මූලවන වර්ගජ සමීකරණය අපෝහනය කරන්න. (සුළුකර දැක්වීම අවශ්‍ය නොවේ.)

(b) $E=x^4-4x^3+9x^2-10x+7$ යැයි ගනිමු. y^2+y+a ආකාරයෙන් E ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි a යනු නියතයක් ද, y යන්න b සහ c තාත්වික නියතයන් වන x^2+bx+c ආකාරයෙන් ද වේ.

ඒ නයින් සියළුම තාත්වික x සඳහා $E \geq 3$ බව පෙන්වන්න.

(c) $f(x) \equiv x^4+2x^3+2x^2-2x-3$ නම් $f(x)$ හි සාධක සොයන්න.

එමගින්, $x^4+2x^3-x^2-5x+7$ බහුපදය x^2+2x+3 න් බෙදූවිට ශේෂය අපෝහනය කරන්න.

12. (a) වයසින් වෙනස් හත් දෙනෙක් පේළියක සිටුවිය යුතු අතර ඔවුන් අතරින් වඩාත් වැඩිමහළුම තැනැත්තා E ද වඩාත් බාලම තැනැත්තා Y ද යැයි ගනිමු.

i) E සහ Y පේළියෙහි දෙකෙළවර සිටින විට,

ii) E සහ Y එකළඟ සිටිය නොහැකි විට,

iii) සැමවිටම බාලම Y තැනැත්තා වැඩිමහළුම E තැනැත්තාට පිටුපසින් වන පරිදි සිටිය යුතු විට,

ඔවුන් පේළියකට සිටවිය හැකි වෙනස් ආකාර ගණන සොයන්න.

(b) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \dfrac{3r+1}{(r+1)(r+2)(r+3)}$ යැයි ගනිමු.

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r=\lambda[f(r)-f(r+1)]+\mu[f(r+1)-f(r+2)]$ වන පරිදි $f(r)$ සහ λ, μ නියත සොයන්න.

$n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n} U_r = \dfrac{5}{6} - \dfrac{(3n+5)}{(n+2)(n+3)}$ බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී වන බව තවදුරටත් පෙන්වා,

$\dfrac{1}{6} \leq \dfrac{5}{6} - \dfrac{(3n+5)}{(n+2)(n+3)} < \dfrac{5}{6}$ බව ද අපෝහනය කරන්න.

13. (a) $A=\begin{pmatrix} 3 & p \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු. $P \in \mathbb{R}$ නම් A න්‍යායසයට ප්‍රතිලෝම න්‍යාසයක් පැවතීම සඳහා p පැවතිය යුතු අවශ්‍යතාවය සොයන්න.

$A^{-1}=A$ වන පරිදි p නියතය සොයා,

ඒනයින්, $BC=0$ වන පරිදි ශූන්‍ය නොවන දෙවන ගණයේ B සහ C න්‍යාස දෙකක් ලබාගන්න.

(මෙහි 0 යනු දෙවන ගණයේ ශූන්‍ය න්‍යාසයයි.)

CamScanner

(b) $Z, W \in \mathbb{C}$ ද $w \neq 0$ යැයි ගනිමු.

$|Z|^2 = Z\overline{Z}$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $\left|\frac{Z}{W} - 1\right|^2 = 1 + \left|\frac{Z}{W}\right|^2 - 2\,\mathrm{Re}\left(\frac{Z}{W}\right)$ බව පෙන්වන්න.

$|Z+W| = |Z-W|$ සහ $|Z| = k|W|$ යැයි දී ඇත. මෙහි $k \in \mathbb{R}^+$ වේ.

$\mathrm{Re}\left(\frac{Z}{W}\right) = 0$ බව පෙන්වා, $|Z+W|^2 = |Z|^2 + |W|^2$ බව ද $Z = kiW$ බව ද අපෝහනය කරන්න.

(c) $2 + \sqrt{3} + i = 4\cos\frac{\pi}{12}\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)$ බව පෙන්වන්න.

ද මුවාවර් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන්, $(2 + \sqrt{3} + i)^6 = 2^{12}\left[\cos^6\left(\frac{\pi}{12}\right)\right]i$ බව පෙන්වන්න.

14. (a) $x \neq 1, 3$ සඳහා $f(x) = \frac{3 - 4x}{(x-1)(x-3)}$ යයි ගනිමු. $x \neq 1, 3$ සඳහා $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය $f'(x)$ යන්න, $f'(x) = \frac{2x(2x-3)}{(x-1)^2(x-3)^2}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වා $f(x)$ හි අඩුවන ප්‍රාන්තර හා $f(x)$ හි වැඩිවන ප්‍රාන්තර සොයන්න.

ස්පර්ශෝන්මුඛ, හැරුම් ලක්ෂ දක්වමින්, $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

ඒනයින්, $f(x) = k$ සමීකරණයේ තාත්වික ප්‍රභින්න විසඳුම් දෙකක් තිබෙන පරිදි හා තාත්වික විසඳුම් නොතිබෙන පරිදි k හි අගය පරාසය වෙන වෙනම සොයන්න.

(b) පියන රහිත ඝනකාභයක හැඩයෙන් යුත් ධාරිතාව $36\ \mathrm{m}^3$ වන පරිදි ටැංකියක් සෑදීමට අවශ්‍යව ඇත. එහි පතුලේ සෘජුකෝණාස්‍රයේ පාද අතර අනුපාතය $1 : 2$ විය යුතුයි. කුඩා පාදයේ දිග x cm ලෙස ගෙන එහි අභ්‍යන්තර පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $A = 2x^2 + \frac{108}{x}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. A අවම වන පරිදි x සොයන්න.

15. (a) සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $2x^2 + 3x + 1 = A(x-1)(x^2+2) + B(x^2+2) - (x+C)(x-1)^2$ වන පරිදි A, B හා C නියත පවතී. ඒවා සොයන්න.

ඒනයින්, $\frac{2x^2+3x+1}{(x-1)^2(x^2+2)}$ යන්න භින්න භාග වලින් ලියා දක්වා $\int \frac{2x^2+3x+1}{(x-1)^2(x^2+2)}\,dx$ සොයන්න.

(b) $\int_0^{\pi/3} \sec x\,dx = \ln(2+\sqrt{3})$ බව පෙන්වන්න.

කොටස් වශයෙන් අනුකලන ක්‍රමය භාවිතයෙන් $\int_0^{\pi/3} \sec^3 x\,dx = \sqrt{3} + \frac{1}{2}\ln(2+\sqrt{3})$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $\int_2^4 \sqrt{x^2-4}\,dx = 2\left[2\sqrt{3} - \ln(2+\sqrt{3})\right]$ බව පෙන්වන්න.

(c) a නියතයක් වන $\int_0^a f(x)\,dx = \int_0^a f(a-x)\,dx$ සූත්‍රය භාවිතයෙන් $\int_0^{\pi/2} \frac{x\sin 2x}{2 - \sin^2 2x}\,dx = \frac{\pi^2}{16}$ බව පෙන්වන්න.

16. $l_1 \equiv kx - y + 1 = 0 \, (k \in \mathbb{Z}^+)$ හා $l_2 \equiv x - 2y + 3 = 0$ යයි ගනිමු.

l_1 හා l_2 සරල රේඛා ඛණ්ඩාංක අක්ෂ ඡේදනය කරනු ලබන ලක්ෂ්‍ය හරහා ගමන් කරන වෘත්තය S යයි ගනිමු. S හි සමීකරණය සොයා $k = 2$ බව පෙන්වන්න.

l_1 හා l_2 රේඛාවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය වන P ලක්ෂ්‍යයේ සිට වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශක S වෘත්තය හමුවන ලක්ෂ්‍ය A හා B ලෙස ගනිමු.

AB සමීකරණය ලියා දක්වන්න.

තවද AB විෂ්කම්භය වූ වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

17. (a) $\sin 2\theta$ යන්න $\sin\theta$ හා $\cos\theta$ ඇසුරින් ලියා දක්වන්න.

ඒනයින්, $\cos 2\theta$ යන්න $\cos\theta$ හා $\sin\theta$ ඇසුරෙන් ලබාගන්න.

$f(x) = 4\sin x \cdot \sin 2x + 2\cos 2x + 2\cos x - 3$ යැයි ගනිමු.

$f(x) = (a\cos x + b)(c\sin^2 x + d)$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි a, b, c හා d නිර්ණය කළයුතු නියත වේ.

$f(x) = 2(2\cos x - 1)$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම් සොයන්න.

(b) සම්මත අංකනයට අනුව ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින් නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.

සම්මත අංකනයට ABC ත්‍රිකෝණය සඳහා $(b - c)\cot\frac{A}{2} + (c - a)\cot\frac{B}{2} + (a - b)\cot\frac{C}{2} = 0$ බව පෙන්වන්න.

(c) $\tan^{-1}\frac{x - 1}{2x - 1} + \tan^{-1}\frac{x + 1}{2x + 1} = \frac{\pi}{4}$ සමීකරණය විසඳන්න.

* * *